

Newton-Euler 法による幾何拘束条件を考慮した変数時変二足歩行モデル

Bipedal Locomotion Model Based on Constraint Condition by Newton-Euler Method

○学 前場 友秀 (岡山大) 正 見浪 護 (岡山大)
王 庚 (岡山大) 正 矢納 陽 (岡山大)

Tomohide MAEBA, Okayama University, maeba@suri.sys.okayama-u.ac.jp
Mamoru MINAMI, Okayama University
Geng WANG, Okayama University
Akira YANOU, Okayama University

The objective of this research is to create a dynamical model for bipedal locomotion like human. We define contact between land surface and foot as constraint and consider that human's walking generally uses surface-contacting of foot and point-contacting of tiptoe or heel. Therefore, it seems that using these constraints properly is important for efficient walking. In this paper, in order to depict these constraints, new model is discussed by changing 4 models based on dynamics through Newton-Euler method. Then, we applied the proposed model to bipedal walking control of leg of humanoid robot and evaluated effectiveness of the proposed model by numerical simulation.

Key Words: Bipedal locomotion, Constraint motion, Newton-Euler method

1. 緒 言

人類が行っている二足歩行をモデル化する場合、地面と足の接触の表現が重要であり、この接触は拘束条件と捉えることが可能である。一般的な歩行動作においては2種類の拘束が存在し、足裏全体を接地する面拘束とつま先などの接地に代表される点拘束が適切に切り替わっていると考えられる。私達はこれらの2つの拘束を明確に考慮することが人間らしい歩行の実現に必要な要素であると考えている。

これまでも拘束を考慮した二足歩行モデルは報告されているが、文献 [2][3] では基本的に点拘束のみを用いた歩行モデルが提案されている。また、文献 [4] では実機を用いた歩行制御を行っているが、実機に含まれるダイナミクスに関する議論が不十分である。このように、ダイナミクスに基づき面拘束と点拘束の区別について明確に言及しているモデルはない。

そのため、本報では面拘束と点拘束を区別したモデルを Newton-Euler 法によって導出される動力学に基づいて提案する。提案するモデルは4つのモデルを切り替える方式であり、歩容に応じて運動方程式に含まれる変数の数が増えるという特徴を有する。そして、6リンクマニピュレータで構成された「脚」を制御対象にして歩行シミュレーションを行った。開ループ制御に基づき入力トルクを与えた結果、4歩の歩行を実現した。

2. 拘束運動の表現

n リンクで構成される n 自由度マニピュレータを考える。任意のリンクの先端が拘束された状態で、マニピュレータが運動を行うときの運動方程式と拘束条件式の導出手順を述べる。

2.1 運動方程式の導出

式 (1) に拘束条件を含むマニピュレータの運動方程式を示す。

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + D\dot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau} + \left(\frac{\partial C}{\partial \mathbf{q}^T}\right)^T s + \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{q}^T}\right)^T \frac{\dot{\mathbf{r}}}{\|\dot{\mathbf{r}}\|} f_t \quad (1)$$

M は慣性行列、 \mathbf{h} はコリオリカ・遠心力ベクトル、 \mathbf{g} は重力ベクトル、 D は粘性抵抗行列、 $\boldsymbol{\tau}$ は入力トルクベクトルを示している。また、 f_t は拘束点に作用する摩擦力であり、 $\|\cdot\|$ はユークリッドノルムを表す。 s は Lagrange の未定乗数と定義さ

れ、拘束力を f_n としたとき以下の関係が成立する。

$$s = \frac{f_n}{\left\|\frac{\partial C}{\partial \mathbf{r}^T}\right\|} \quad (2)$$

式 (1) に含まれる C は拘束面を表す関数である。式 (3) が成立するとき、拘束されるリンクの先端は C に沿って運動を行う。

$$C(\mathbf{r}(\mathbf{q}(t))) = 0 \quad (3)$$

ここで、変数 $\mathbf{r}(\mathbf{q}(t))$ は拘束点を表す座標である。

次に、方程式と未知数の個数を一致させるため、 f_n と f_t に関する2つの仮定を設ける。(i) f_n と f_t は互いに直交する。(ii) 比例関係: $f_t = K f_n$ (K は比例定数) が成立する。式 (2) と上記の仮定を式 (1) に代入すると式 (4) を得る。

$$M(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) + D\dot{\mathbf{q}} = \boldsymbol{\tau} + (\mathbf{J}_c^T - \mathbf{J}_t^T K) f_n \quad (4)$$

式を簡潔に表現するため、拘束力と摩擦力を含む項に関しては \mathbf{J}_c , \mathbf{J}_t を用いて以下のようにまとめている。

$$\mathbf{J}_c^T = \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{q}^T}\right)^T \left(\frac{\partial C}{\partial \mathbf{r}^T}\right)^T, \quad \mathbf{J}_t^T = \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{q}^T}\right)^T \frac{\dot{\mathbf{r}}}{\|\dot{\mathbf{r}}\|}$$

2.2 拘束条件式の導出

式 (3) で表される関係は「位置」に関する拘束条件式である。しかし、数値シミュレーションにおいては位置レベルではなく加速度レベルの拘束を行う。そのため、本報では式 (3) の2階時間微分を行った結果の式 (5) を拘束条件式と定めている。

$$\left(\frac{\partial C}{\partial \mathbf{q}^T}\right) \ddot{\mathbf{q}} + \left\{\frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \left(\frac{\partial C}{\partial \mathbf{q}^T}\right) \dot{\mathbf{q}}\right\} \dot{\mathbf{q}} = 0 \quad (5)$$

ここで、式 (5) の導出方法について考える。 \mathbf{r} を用いて式 (5) に含まれる $\partial C / \partial \mathbf{q}^T$ の部分を書き表すと

$$\frac{\partial C}{\partial \mathbf{q}^T} = \frac{\partial C}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{q}^T} \quad (6)$$

となる。 $\partial \mathbf{r} / \partial \mathbf{q}^T$ はヤコビ行列 $\mathbf{J}(\mathbf{q})$ であるため、式 (5) の左辺第2項はヤコビ行列を関節角度 \mathbf{q} で微分する計算を含む。リンク数の増加に伴い、この計算を厳密に行うことは困難となる。

そのため、 $\{\partial J(q)/\partial q\}\dot{q}$ の部分に着目し、この部分の導出に関しては以下の式変形で得られる近似計算式を用いる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(q^i)}{\partial q^i} \cdot \Delta q^i &\doteq J(q + \Delta q) - J(q) \\ &\doteq J(q) - J(q - \Delta q) \\ &= J^i(q^i) - J^{i-1}(q^{i-1}) \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、 i は現在の時刻、 $i-1$ は1 サンプル時間前の時刻を表す。次に式(7)の両辺をサンプル時間 Δt で割る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(q^i)}{\partial q^i} \cdot \frac{\Delta q^i}{\Delta t} &= \frac{\partial J(q^i)}{\partial q^i} \cdot \dot{q}^i \\ &\doteq \frac{J^i(q^i) - J^{i-1}(q^{i-1})}{\Delta t} \end{aligned} \quad (8)$$

得られた式(8)を用いて $\{\partial J(q)/\partial q\}\dot{q}$ の近似計算を行う。

本章において導出した運動方程式と拘束条件式を行列形式に直すと、式(9)で表現される行列を得る。

$$\begin{bmatrix} M(q) & -(J_c^T - J_i^T K) \\ \frac{\partial C}{\partial q^T} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ f_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau - h(q, \dot{q}) - g(q) - D\dot{q} \\ -\left\{ \frac{\partial}{\partial q} \left(\frac{\partial C}{\partial \dot{q}^T} \right) \dot{q} \right\} \end{bmatrix} \quad (9)$$

2.3 順動力学の計算

数値シミュレーションで問題となるのは、式(4)の左辺値の導出である。これをLagrangeの方程式を用いて解析的に求める場合に、リンク数の増加に伴って導出に要する計算量が膨大になるという問題が生じる。しかし、Newton-Euler法を用いると順動力学問題を効率良く数値的に解くことが可能である^[1]。

まず、拘束条件が存在しない自由系の運動方程式を考える。すなわち、式(4)において $\tau = 0$, $f_n = 0$ とする。

$$M(q)\ddot{q} + b_J = 0 \quad (10)$$

ただし、式(10)における b_J の定義は

$$b_J = h(q, \dot{q}) + g(q) + D\dot{q}$$

である。Newton-Euler法では支点となるリンクから先端のリンクに向かい、各リンクごとに正順計算を行う。その後、先端のリンクから支点となるリンクに向かって逆順計算を行うことで、第 i リンクに関する運動方程式を以下のように得ることができる。

$$\tilde{\tau}_i = {}^i z_i^T \cdot {}^i n_i + D\dot{q} \quad (11)$$

リンクの回転軸は z_i 軸として定義されるため、 ${}^i z_i$ は z_i 軸方向の単位ベクトルである。一方、 ${}^i n_i$ は第 i リンクの支点に作用するモーメントである。従って、式(10)に示す運動方程式は $\tilde{\tau} = [\tilde{\tau}_1 \ \tilde{\tau}_2 \ \dots \ \tilde{\tau}_n]^T$ によって求めることができる。

次に、 $M(q)$ と b_J の導出について考える。 $\tilde{\tau}$ を $\tilde{\tau} = INV(q, \dot{q}, \ddot{q}, g)$ として表すと式(12)を得る。

$$M(q)\ddot{q} + b_J = INV(q, \dot{q}, \ddot{q}, g) \quad (12)$$

ここで、 $\ddot{q} = 0$ を式(12)に代入すると

$$b_J = INV(q, \dot{q}, 0, g) \quad (13)$$

となる。同様に、 $\dot{q} = g = 0$, $\ddot{q} = e_i$ を式(12)に代入すると、関節角速度と重力項を含む b_J が $b_J = 0$ となるため

$$M(q)e_i = INV(q, 0, e_i, 0) \quad (14)$$

を得る。ここで、 e_i は第 i 要素が1である単位ベクトルを示している。すなわち、式(14)は $M(q)$ の列要素を1列ごとに導出可能であることを示している。以上で示した計算は、拘束力が存在する場合においても同様に行うことができる。

3. 動力学に基づく二足歩行モデルの提案

本章では制御対象である「脚」の部分と見なした6リンクマニピュレータに対して、拘束運動を利用した二足歩行モデルを提案する。基準座標 Σ_w と各リンクの名称を以下に示す。

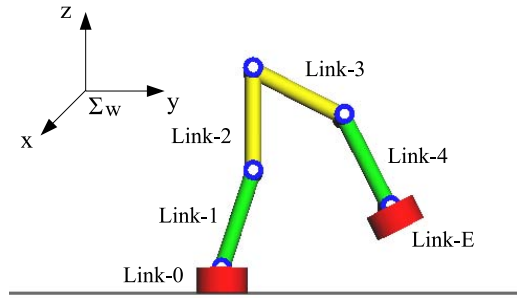


Fig. 1 6-link leg model

両足の状態に応じて以下の4つのモデルを作成し、歩容に応じてモデルを切り替える。支持脚面接地・遊脚モデル (Model-1)、支持脚点接地・遊脚モデル (Model-2)、支持脚点接地・点接地モデル (Model-3)、支持脚面接地・点接地モデル (Model-4)。モデルを作成する際には以下に示す3つの仮定を設ける。

1. 2次元空間 ($y_w - z_w$ 平面) 内の運動を行う
2. 前進 (y_w 軸正方向) のみを行うものとする
3. Model-1 → Model-2 → Model-3 → Model-4 → Model-1 のようにモデルは必ず番号順に切り替わる

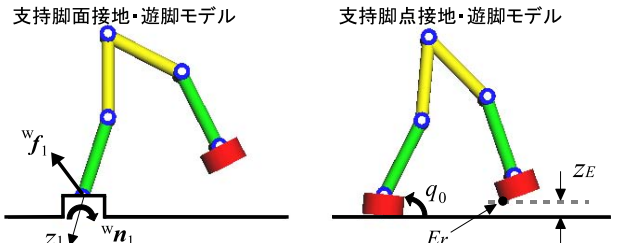


Fig. 2 Model-1 and Model-2

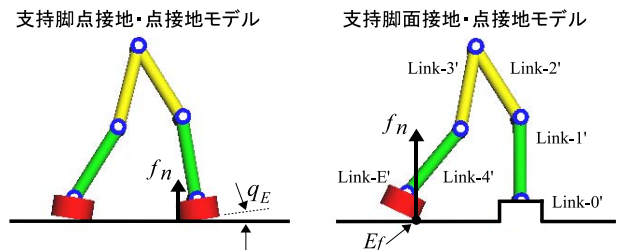


Fig. 3 Model-3 and Model-4

3.1 支持脚面接地・遊脚モデル (Model-1)

力やモーメントによって、Link-0が並進・回転運動を生じない姿勢である。従って、Link-0は地面に面拘束されている状態と考えることが可能であるため、図2(左側)のように地面の一部と見なしてLink-0に関する運動方程式は導出しない。この

ときの式 (9) の形は以下のように表現可能である。

$$\begin{bmatrix} M(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau - b_J \end{bmatrix} \quad (15)$$

3.2 Model-1 から Model-2 への遷移

Link-0 が回転運動を始める姿勢となったとき支持脚点接地・遊脚モデルに切り替える。この判定には、Link-1 の支点に作用する力 ${}^w f_1$ と Link-1 の回転軸である z_1 まわりのモーメント ${}^w n_1$ を用いる。まず、単位ベクトル $e_z^T = [0 \ 0 \ 1]$, $e_x^T = [1 \ 0 \ 0]$ を用いて ${}^w f_1$ の z_w 成分と ${}^w n_1$ の x_w 成分を導出する。

$${}^w f_{1z} = e_z^T \cdot {}^w f_1 \quad (16)$$

$${}^w n_{1x} = e_x^T \cdot {}^w n_1 \quad (17)$$

式 (16), (17) で導出された力とモーメントが Link-0 に対して、図 4 のように作用していると考えられる。

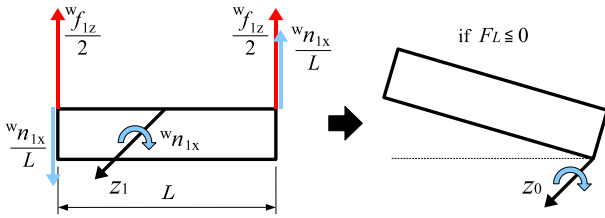


Fig. 4 Force and moment acting on Link-0

ここで Link-0 の右端、左端に作用する力の合計をそれぞれ F_R , F_L とおくと以下の 2 つの式を得る。

$$F_R = \frac{w f_{1z}}{2} + \frac{w n_{1x}}{L} \quad (18)$$

$$F_L = \frac{w f_{1z}}{2} - \frac{w n_{1x}}{L} \quad (19)$$

従って、 F_L の値が負になったときに Link-0 が z_0 軸に対して負の方向に回転（つま先を支点に回転）を始めるため、式 (20) に示す不等式が切り替えのための条件式となる。

$$F_L \leq 0 \quad (20)$$

3.3 支持脚点接地・遊脚モデル (Model-2)

図 2 (右側) のように Link-0 が回転運動を始めるため、Link-0 の回転角度を q_0 として Link-0 も含めた運動方程式を導出する。このときの式 (9) の形は以下のように表現可能である。

$$\begin{bmatrix} M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ \vdots \\ q_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau - b_J \end{bmatrix} \quad (21)$$

運動方程式に用いられる変数の数が増加するため、式 (15) と比較すると行列とベクトルの行数が 1 つ増えることになる。

3.4 Model-2 から Model-3 への遷移

Link-E の先端である点 E_r が接地した時、支持脚点接地・点接地モデルに切り替える。すなわち、点 E_r の先端の z 座標を z_E とおくと、切り替えの条件式は以下の式で表される。

$$z_E \leq 0 \quad (22)$$

ここで、点 E が接地する瞬間には地面との衝突が生じると考えられるため、衝突を回避するために地面に対するリンクの

並進速度を 0 とする方法を採用する。並進速度と回転速度の間にはヤコビ行列 $J(q)$ を介して $\dot{r} = J(q)\dot{q}$ の関係が存在するため、支持脚点接地・点接地モデルへの切り替え時に $\dot{q} = 0$ として各リンクの並進速度 \dot{r} を $\dot{r} = 0$ とする。

3.5 支持脚点接地・点接地モデル (Model-3)

図 3 (左側) のように、点 E_r は z_w 軸方向に関して並進運動を行わない。すなわち、点拘束条件である $C(z_E(q)) = 0$ を含む必要があるため式 (9) の形は以下ようになる。

$$\begin{bmatrix} M(q) & -(J_c^T - J_t^T K) \\ \frac{\partial C}{\partial q^T} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ \vdots \\ q_E \\ f_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau - b_J \\ * \end{bmatrix} \quad (23)$$

3.6 Model-3 から Model-4 への遷移

Link-E で表現される足が完全に接地したとき、支持脚面接地・点接地モデルに切り替える。すなわち、図 3 (左側) のように Link-E と地面との角度を q_E とすると、式 (24) が切り替えの条件式となる。

$$q_E \leq 0 \quad (24)$$

支持脚面接地・点接地モデルからは Link-E を支持脚として Newton-Euler 法を適用し運動方程式を導出する。シミュレーションプログラムを効率よく作成するために、リンク番号を逆転させることにした。すなわち、図 3 (右側) のように接地した足から順に Link-0' → Link-1' → ... → Link-E' とする。リンク番号の変更に伴い関節角度の番号や定義も変化する。支持脚点接地・点接地モデルの終端時刻を t_4^- 、支持脚面接地・点接地モデルの初期時刻を t_4^+ とし、 t_4^- におけるリンク番号を i 、 t_4^+ におけるリンク番号を j で表現すると図 5 に示す関係を得る。

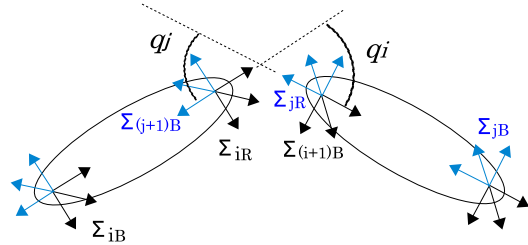


Fig. 5 Before t_4^- and after t_4^+

従って、支持脚面接地・点接地モデルの適用時に、 i に関する座標で表現された $q_i(t_4^-)$ の値を j に関する座標で表現される $q_j(t_4^+)$ の値に変換する必要がある。この変換を行うために、リンクの長さと関節角度を 1 組とした同時変換行列を利用した。図 5 より、式 (25), (26) に示される同時変換行列を得る。以下では表現を簡単にするため、 $q_i^- = q_i(t_4^-)$, $q_j^+ = q_j(t_4^+)$ と表す。

$${}^i B T_{(i+1)B}(q_i^-) = {}^i B T_{iR}(const) {}^i R T_{(i+1)B}(q_i^-) \quad (25)$$

$${}^j B T_{(j+1)B}(q_j^+) = {}^j B T_{jR}(const) {}^j R T_{(j+1)B}(q_j^+) \quad (26)$$

ここで、 Σ_{iB} と Σ_{iR} , Σ_{jB} と Σ_{jR} はそれぞれ同じリンクに固定されている座標系である。幾何学的条件より、式 (25) と式 (26) には式 (27) で表される関係が存在する。

$${}^j B T_{(j+1)B}(q_j^+) = {}^i B T_{(i+1)B}^{-1}(q_i^-) \quad (27)$$

各リンクは全て z_j 軸回りの回転を行うため、 $S(q_j^+) = \sin(q_j^+)$ 、 $C(q_j^+) = \cos(q_j^+)$ として式 (27) を行列形式で書き表すと式 (28) で表現される行列となる。

$$\begin{bmatrix} C(q_j^+) & -S(q_j^+) & 0 & * \\ S(q_j^+) & C(q_j^+) & 0 & * \\ 0 & 0 & 1 & * \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha(t_4^-) & * & * & * \\ \beta(t_4^-) & * & * & * \\ * & * & * & * \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (28)$$

従って、三角関数の性質を用いることにより $q_j(t_4^+)$ の値を以下の式から得ることができる。

$$q_j(t_4^+) = \tan^{-1} \left\{ \frac{\beta(t_4^-)}{\alpha(t_4^-)} \right\} \quad (29)$$

3.7 支持脚点接地・面接地モデル (Model-4)

Link-E' の先端である点 E_f に点拘束条件: $C(z_{E'}(\mathbf{q})) = 0$ を適用する。また、支持脚面接地・遊脚モデルと同様に Link-0' が回転運動を生じない面拘束状態であるため、Link-1' の支点から運動方程式を導出すると式 (9) は以下の形となる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}(\mathbf{q}) & -(\mathbf{J}_c^T - \mathbf{J}_t^T \mathbf{K}) \\ \frac{\partial C}{\partial \mathbf{q}^T} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_E \\ f_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau} - \mathbf{b}_J \\ * \end{bmatrix} \quad (30)$$

3.8 Model-4 から Model-1 への遷移

点 E_f が地面から離れる条件が満たされたとき支持脚面接地・遊脚モデルに切り替える。ここで、Link-E' には図 3 (右側) のように拘束力 f_n が作用しているため、 f_n が 0 以下となったときに足は地面から離れる。すなわち、

$$f_n \leq 0 \quad (31)$$

がモデル切り替えの条件式となる。

4. 数値シミュレーション

本章では、第 3 章で提案したモデルに基づいた二足歩行シミュレーション結果を示す。シミュレーション環境は、Borland C++ Builder Professional ver. 5.0 である。

シミュレーションにおいて、各リンク ($i = 0, 1, \dots, 5, E$) が有するパラメータの定義を表 1 に示す。

Table 1 Definition of parameters

要素	記号と単位
リンクの質量	m_i [kg]
リンクの長さ	l_i [m]
リンクの半径	r_i [m]
リンクの粘性抵抗	D_i [N·m·s/rad]

各パラメータを次のように設計した。 $m_{0,E} = 0.5$, $m_{1,2,3,4} = 1.0$, $l_{0,E} = 0.5$, $l_{1,2,3,4} = 1.5$, $r_{0,E} = 0.5$, $r_{1,2,3,4} = 0.16$, $D_{0,1,2,3,4,E} = 10.0$ 。また、重力加速度は 9.8 [m/s²]、サンプリング時間は 20 [msec]、初期状態は図 2 (左側) で表現される姿勢である。各モデルごとに、5 個の関節に対して一定のトルクを入力した。ただし、トルクは試行錯誤により決定した。入力トルクの値を表 2、歩行の様子を図 6 に示す。

Table 2 Input torque

Model	τ_1	τ_2	τ_3	τ_4	τ_5
Model-1	10	120	35	80	0
Model-2	40	0	30	-30	-5
Model-3	-120	-70	55	-30	-10
Model-4	-120	-70	55	-30	-10

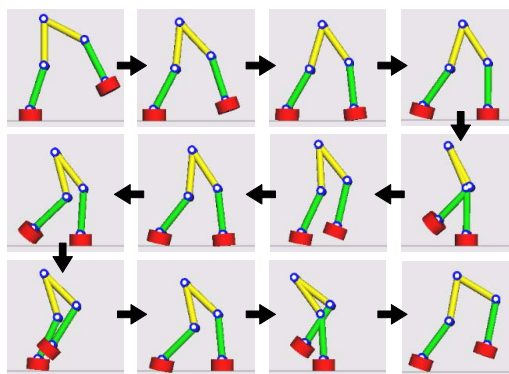


Fig. 6 Bipedal walking simulation

各モデルの切り替わりの様子を図 7 に示す。

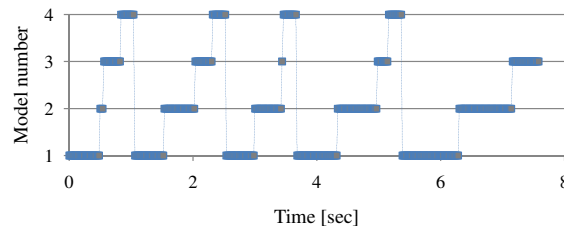


Fig. 7 Situation of model change

一定したトルクを与えているため、4 歩程度しか歩くことができなかつたと考えられる。同様の環境において長距離の歩行を実現するためには、周期関数や PD 制御を用いて重心の位置を一定させる入力を与えることが必要であると考えられる。

5. 結 言

本報では、4 つのモデルを組み合わせることで実現される二足歩行モデルを作成した。モデルは Newton-Euler 法により導出される面拘束・点拘束運動に基づいて作成され、数値シミュレーションで動作を確認した。しかし、長距離の歩行には至らなかつたため、今後は入力トルクの工夫が必要となる。

文 献

- [1] 吉川恒夫, "ロボット制御基礎論", コロナ社, 1988.
- [2] 浅野文彦, "伸縮脚を用いた衝突姿勢の非対称化に基づく高速動的歩容生成", 日本ロボット学会誌, Vol. 29, No. 1, pp.99-110, 2011.
- [3] Paul-François Daulton, Olivier Bruneau and Fethi Ben Ouedzou, "Dynamic Obstacle Crossing by a Biped Robot, Based on Control of the Propulsion Energy", *Proceedings of International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp.3144-3149, 2010.
- [4] 三浦郁奈子, 中岡慎一郎, 金広文男, 原田研介, 金子健二, 横井一仁, 梶田秀司, "足裏の滑りを利用した 2 足歩行ロボットの方向転換", 日本ロボット学会誌, Vol. 28, No. 10, pp.1232-1242, 2010.